

# Olimpiada Națională de Matematică

Etapă locală, 13 Februarie 2010

## Clasa a VII- a

### Problema 1.

Arătați că  $\frac{2010^x - x^{2010}}{2009}$  este număr rațional pentru

$$x = \frac{0,2+0,4+\dots+1,6+1,8}{\sqrt{18+2\sqrt{2}} + \sqrt{27-10\sqrt{2}}}$$

\*\*\*

### Problema 2.

a) Să se arate că pentru orice  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $n(n-1) < n^2 < n(n+1)$  și

$$\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}.$$

b) Se consideră numărul  $a = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{100^2}$

Demonstrați că  $0,2 < \sqrt{\frac{a}{11}} < 0,3$ .

### Problema 3.

Să se împartă un paralelogram în trei figuri geometrice de aceeași arie prin drepte care pornesc dintr- un vârf al paralelogramului .

( Gh. Țițeica , Culegere de probleme )

### Problema 4.

Pe laturile opuse  $[AB]$  ,  $[CD]$  ale unui paralelogramului  $ABCD$  se construiesc în exteriorul paralelogramului două triunghiuri echilaterale  $ABM$  și  $CDP$  iar pe laturile opuse  $[BC]$  ,  $[DA]$  se construiesc spre interiorul paralelogramului triunghiurile echilaterale  $BCN$  și  $DAQ$ .

Să se arate că figura  $MNPQ$  este un paralelogram ale cărui laturi sunt egale cu diagonalele paralelogramului  $ABCD$ .

Notă:

Timp de lucru : 3 ore

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect va fi notat cu puncte între 1 și 10.